
Bremsstrahlung

— Nathan B. Marucci —

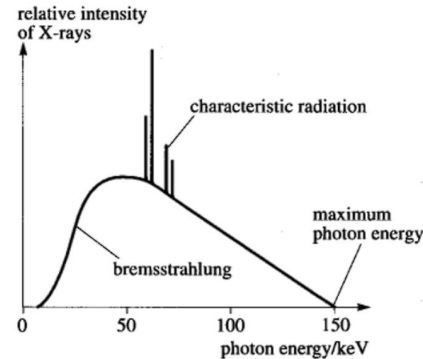
Sumário

- Introdução
- Radiação emitida por uma carga pontual
- Bremsstrahlung em colisões coulombianas
- Raios-X
- Bremsstrahlung em decaimento beta
- Conclusão

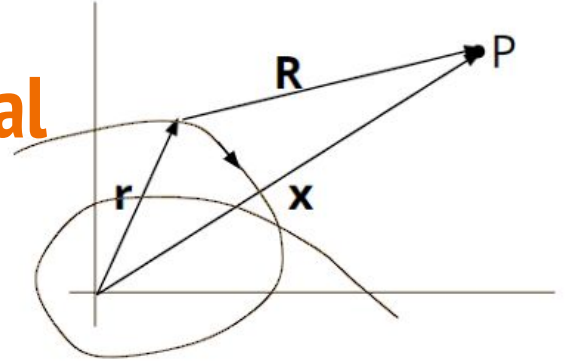
Introdução

- Descoberta dos Raios-X por Rontgen em 1895.
- Sommerfeld, 18 anos depois, deu o nome de bremsstrahlung ao espectro contínuo do Raios-X.

Bremsen Strahlung
Frear Radiação



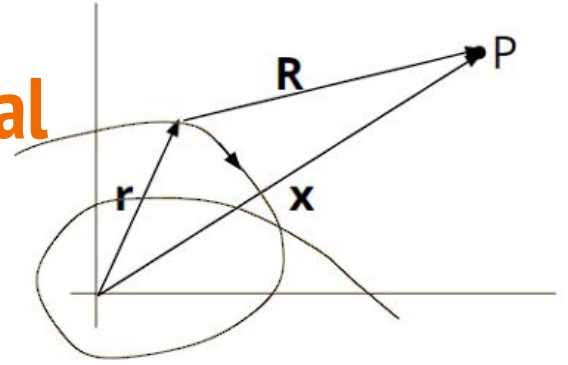
Radiação emitida por uma carga pontual



$$\mathbf{B} = [\mathbf{n} \times \mathbf{E}]_{\text{ret}}$$

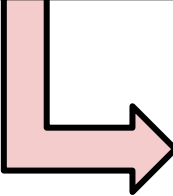
$$\mathbf{E} = e \left[\frac{\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}}{\gamma(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^3 R^2} \right]_{\text{ret}} + \frac{e}{c} \left[\frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^3 R} \right]_{\text{ret}}$$

Radiação emitida por uma carga pontual

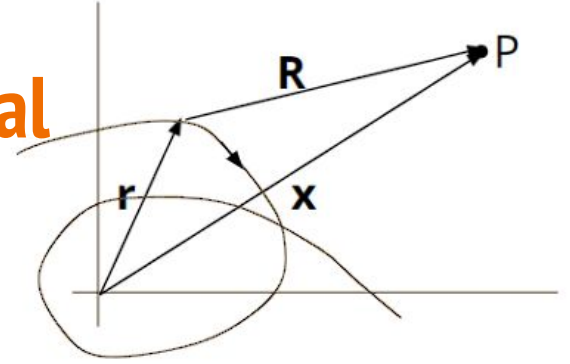


$$\mathbf{B} = [\mathbf{n} \times \mathbf{E}]_{\text{ret}}$$

$$\mathbf{E} = e \left[\frac{\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}}{\gamma(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^3 R^2} \right]_{\text{ret}} + \frac{e}{c} \left[\frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^3 R} \right]_{\text{ret}}$$

 Velocity Field

Radiação emitida por uma carga pontual

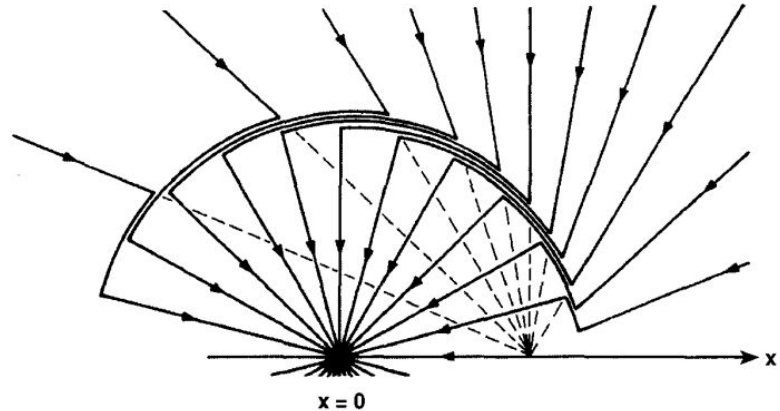
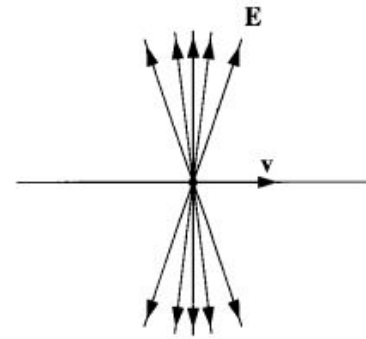
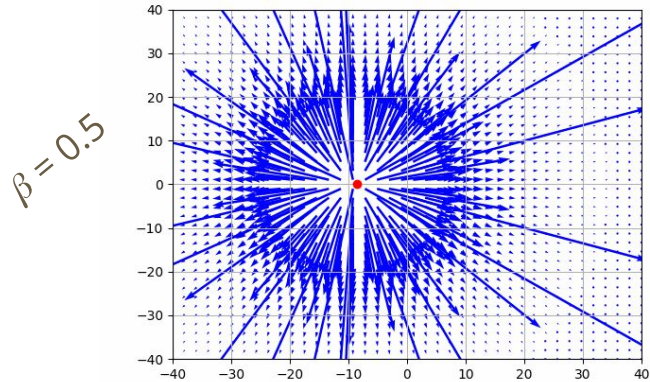
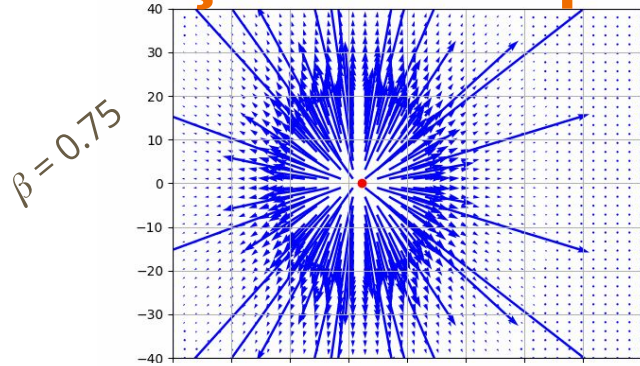


$$\mathbf{B} = [\mathbf{n} \times \mathbf{E}]_{\text{ret}}$$

$$\mathbf{E} = e \left[\frac{\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}}{\gamma(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^3 R^2} \right]_{\text{ret}} + \frac{e}{c} \left[\frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^3 R} \right]_{\text{ret}}$$

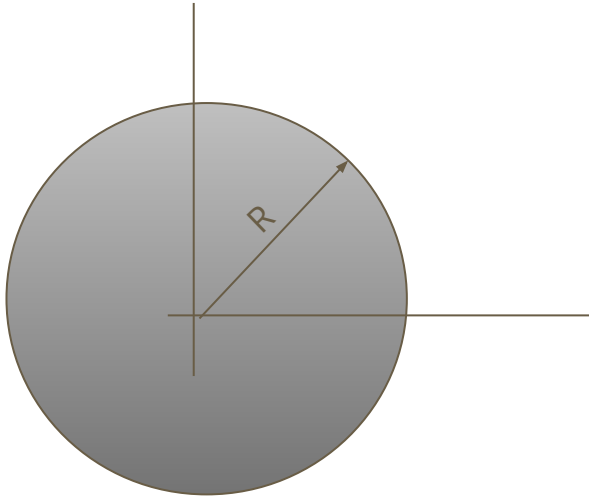
Acceleration Field

Radiação emitida por uma carga pontual



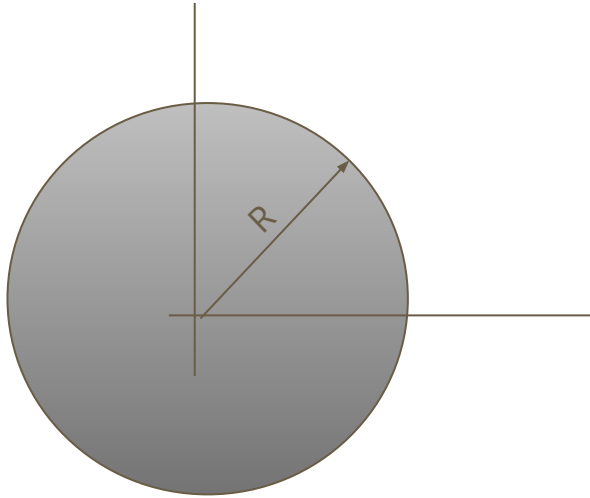
Radiação emitida por uma carga pontual

$$P_{\text{rad}} = \lim_{R \rightarrow \infty} \oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{a}$$



Radiação emitida por uma carga pontual

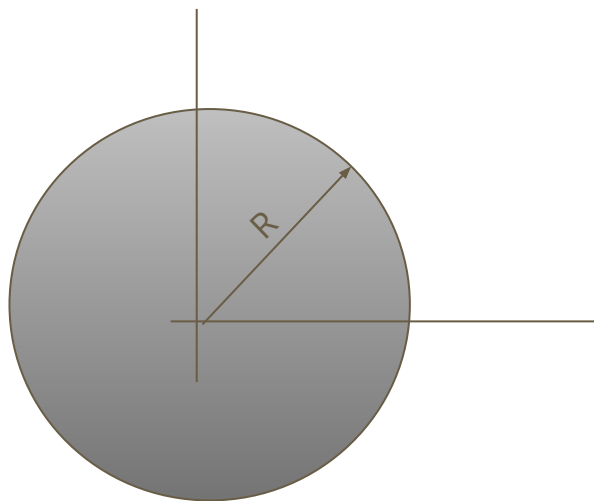
$$P_{\text{rad}} = \lim_{R \rightarrow \infty} \oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{a}$$



$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) = \frac{c}{4\pi} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{n}$$

Radiação emitida por uma carga pontual

$$P_{\text{rad}} = \lim_{R \rightarrow \infty} \oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{a}$$



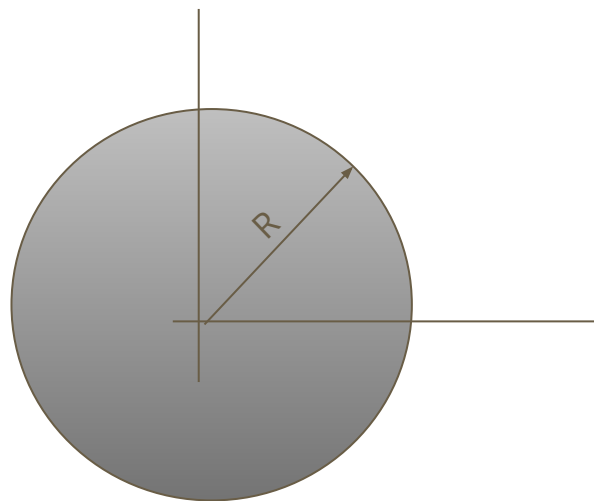
$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) = \frac{c}{4\pi} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{n}$$

$$E_v \propto 1/R^2$$

$$E_a \propto 1/R$$

Radiação emitida por uma carga pontual

$$P_{\text{rad}} = \lim_{R \rightarrow \infty} \oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{a}$$



$$A \propto R^2$$

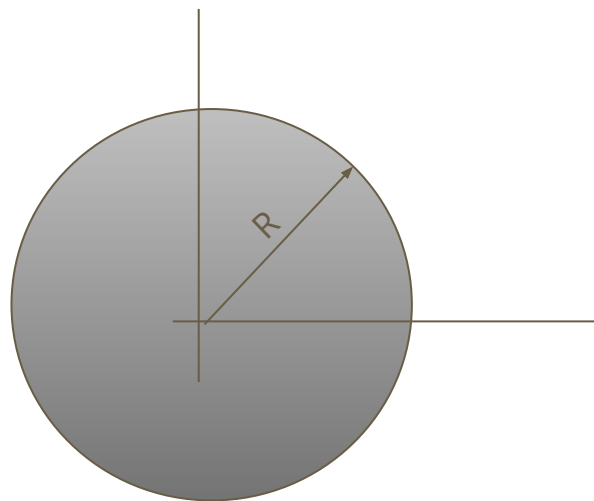
$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) = \frac{c}{4\pi} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{n}$$

$$E_v \propto 1/R^2$$

$$E_a \propto 1/R$$

Radiação emitida por uma carga pontual

$$P_{\text{rad}} = \lim_{R \rightarrow \infty} \oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{a}$$



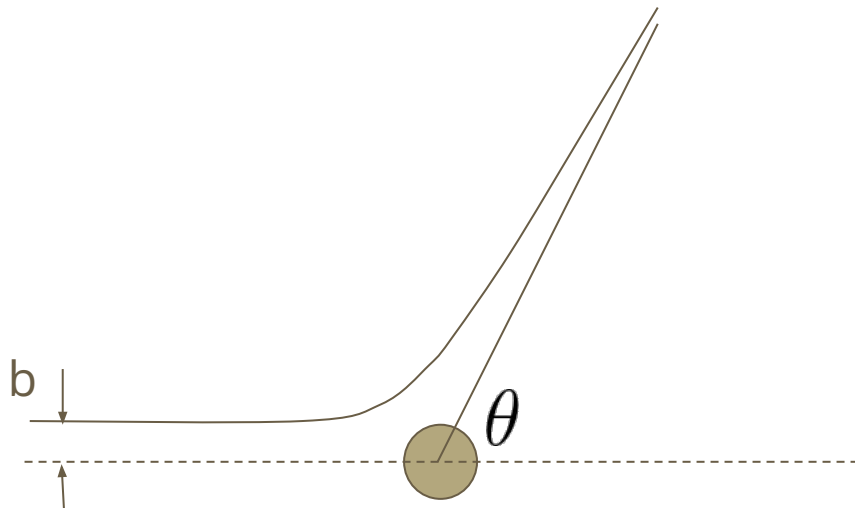
$$A \propto R^2$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) = \frac{c}{4\pi} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{n}$$

$$E_v \propto 1/R^2$$

$$E_a \propto 1/R$$

Bremsstrahlung em colisões coulombianas



A seção de choque de espalhamento diferencial é

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{2zZe^2}{pv} \right)^2 \frac{1}{(2 \sin(\theta/2))^4}$$

E a transferência de momento Q
 $= |\mathbf{p}' - \mathbf{p}|$ é

$$Q^2 = 2p^2(1 - \cos \theta) = 4p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Bremsstrahlung em colisões coulombianas

Seja a seção de choque de radiação dada por:

$$\frac{d\chi}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^2}{c} \left(\frac{z^2 e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{1}{\beta^2} \ln \left(\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} \right)$$

Levando em conta a quantização da energia eletromagnética para incluir o fóton, devemos ter:

$$E = E' + \hbar\omega$$

em que $E = p^2/2m$ e $E' = p'^2/2m$ são as energias cinéticas antes e depois da partícula incidente.

Bremsstrahlung em colisões coulombianas

Então, da definição de transferência de momento, devemos ter:

$$\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} = \frac{p + p'}{p - p'} = \frac{\left(\sqrt{E} - \sqrt{E - \hbar\omega}\right)^2}{\hbar\omega}$$

O que nós dá:

$$\frac{d\chi_{sc}}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^2}{c} \left(\frac{z^2 e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{1}{\beta^2} \ln \left[\frac{\left(\sqrt{E} - \sqrt{E - \hbar\omega}\right)^2}{\hbar\omega} \right]$$

Esse resultado é idêntico ao obtido por Bethe e Heitler em 1934 usando o formalismo da mecânica quântica na aproximação de Born.

Bremsstrahlung em colisões coulombianas

Então, da definição de transferência de momento, devemos ter:

$$\frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} = \frac{p + p'}{p - p'} = \frac{\left(\sqrt{E} - \sqrt{E - \hbar\omega}\right)^2}{\hbar\omega}$$

O que nós dá:

$$\frac{d\chi_{sc}}{d\omega} = \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^2}{c} \left(\frac{z^2 e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{1}{\beta^2} \ln \left[\frac{\left(\sqrt{E} - \sqrt{E - \hbar\omega}\right)^2}{\hbar\omega} \right] E = \hbar\omega$$

Esse resultado é idêntico ao obtido por Bethe e Heitler em 1934 usando o formalismo da mecânica quântica na aproximação de Born.

Bremsstrahlung em colisões coulombianas

É interessante notar que a seção de choque de radiação depende de propriedades das partículas envolvidas na colisão, como Z^2z^4/m^2 .

Bremsstrahlung em colisões coulombianas

É interessante notar que a seção de choque de radiação depende de propriedades das partículas envolvidas na colisão, como Z^2z^4/m^2 .

Desse modo, a emissão de radiação é mais significativa para elétrons colidindo em materiais com alto número atômico.

Bremsstrahlung em colisões coulombianas

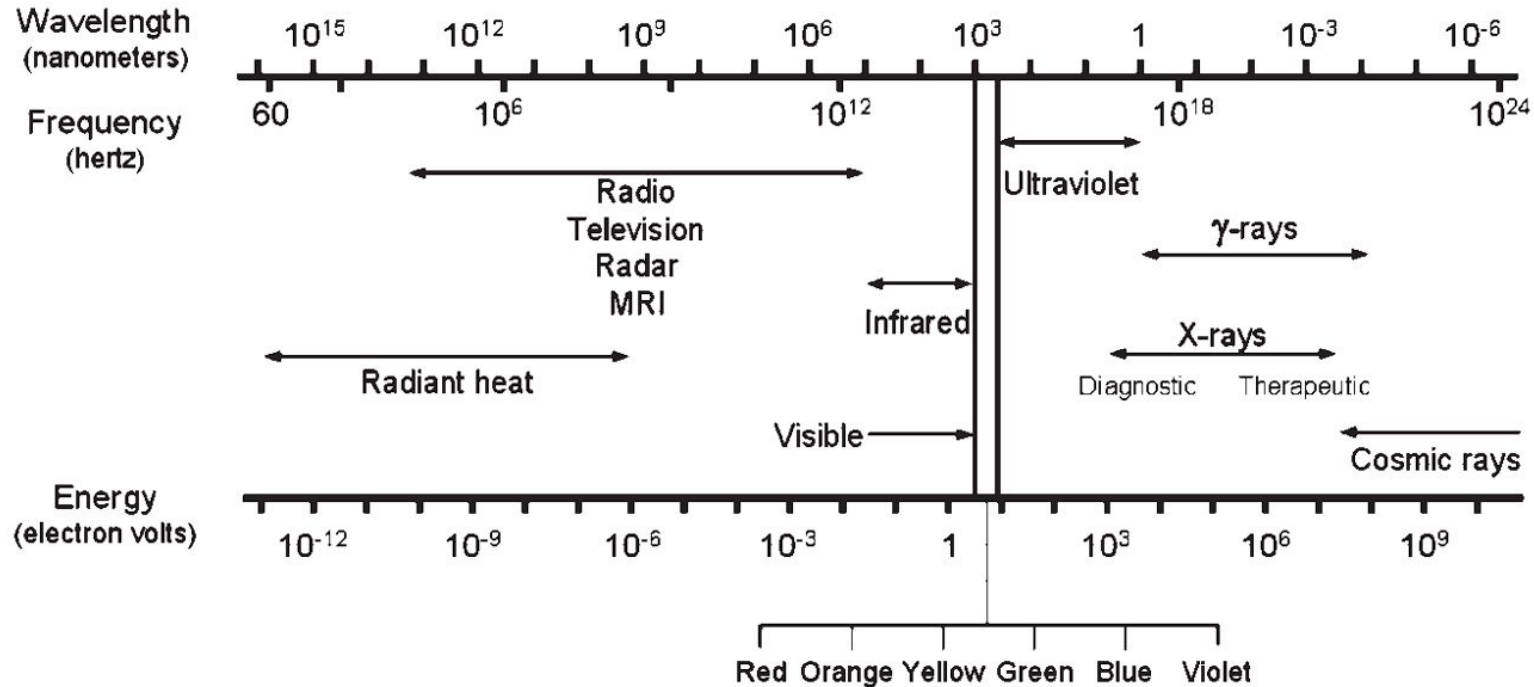
É interessante notar que a seção de choque de radiação depende de propriedades das partículas envolvidas na colisão, como Z^2z^4/m^2 .

Desse modo, a emissão de radiação é mais significativa para elétrons colidindo em materiais com alto número atômico.

De fato, para um próton ($m_p = 1.007u$) de mesma energia e colidindo em um mesmo material, irá produzir menos bremsstrahlung do que um elétron ($m_e = 0.0005485$) por um fator de:

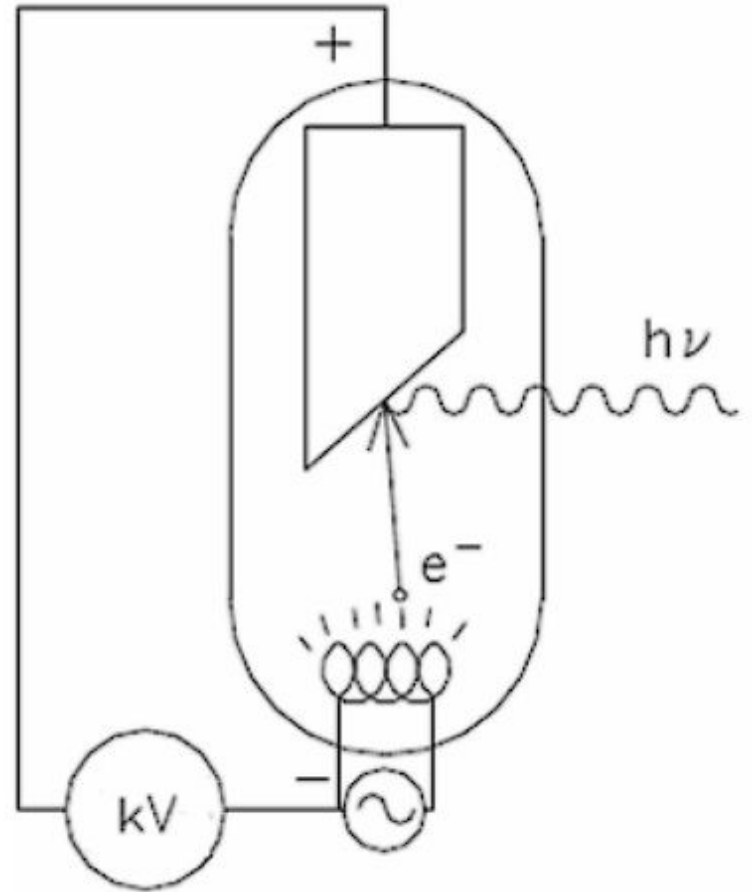
$$m_p^2/m_e^2 = 1.007^2/0.0005485^2 = 3.37 \times 10^6$$

Raios-X

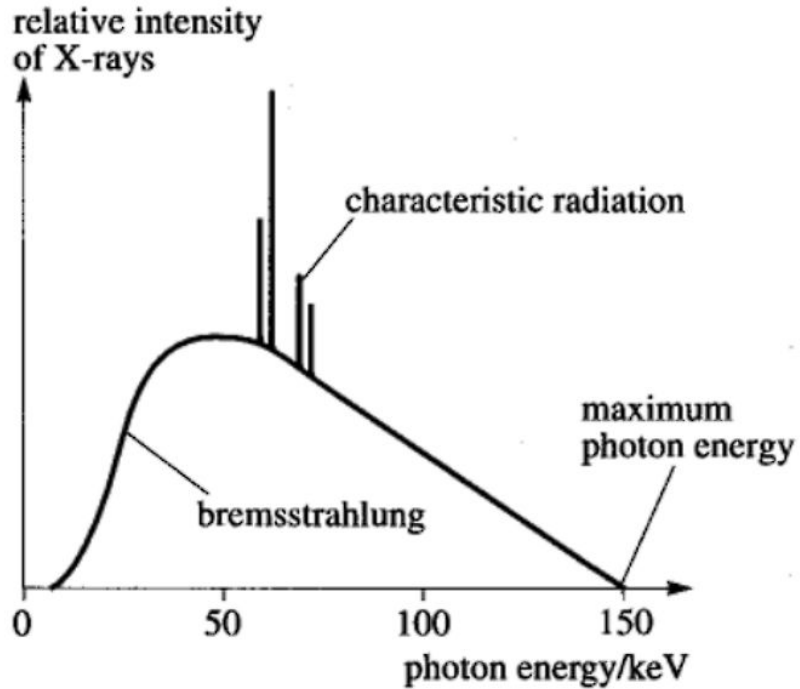


Geração de Raios-X

Os raios-X são gerados em tubo de baixa pressão que contém um filamento (cátodo) e um alvo metálico (ânodo). Pelo efeito termiônico, os elétrons são emitidos no cátodo e acelerados até o ânodo por uma diferença de potencial V .



Espectro de Raios-X

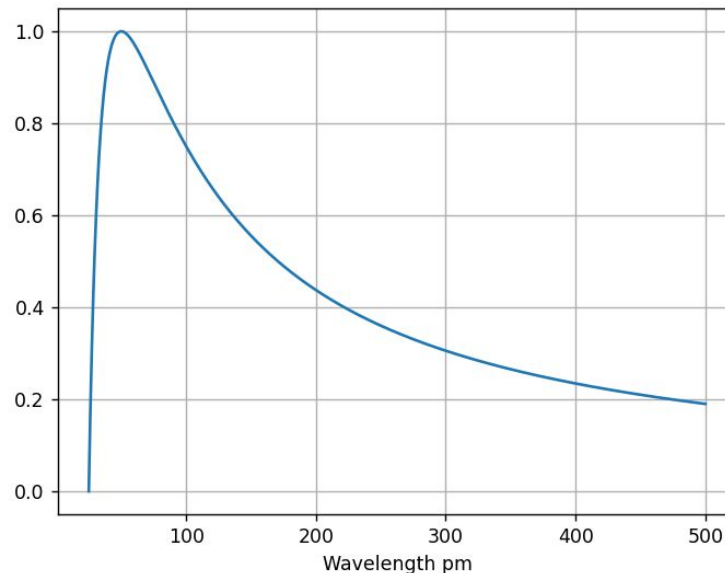


O espectro de Raio-X pode ser dividido em duas partes: Espectro discreto ou característico X Espectro contínuo (Bremsstrahlung)

Espectro Contínuo (Bremsstrahlung)

A lei de Kramer é largamente utilizada para descrever a distribuição espectral da radiação contínua (sem as linhas espectrais)

$$I(\lambda) = K \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\min}} - 1 \right) \frac{1}{\lambda^2}$$



Espectro Contínuo (Bremsstrahlung)

O espectro contínuo possui um comprimento de onda mínimo (ou uma frequência máxima) que corresponde a situação em que toda a energia cinética do elétron incidente é convertida em energia do fóton.

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV}$$

Lei de Duane-Hunt

Espectro Contínuo (Bremsstrahlung)

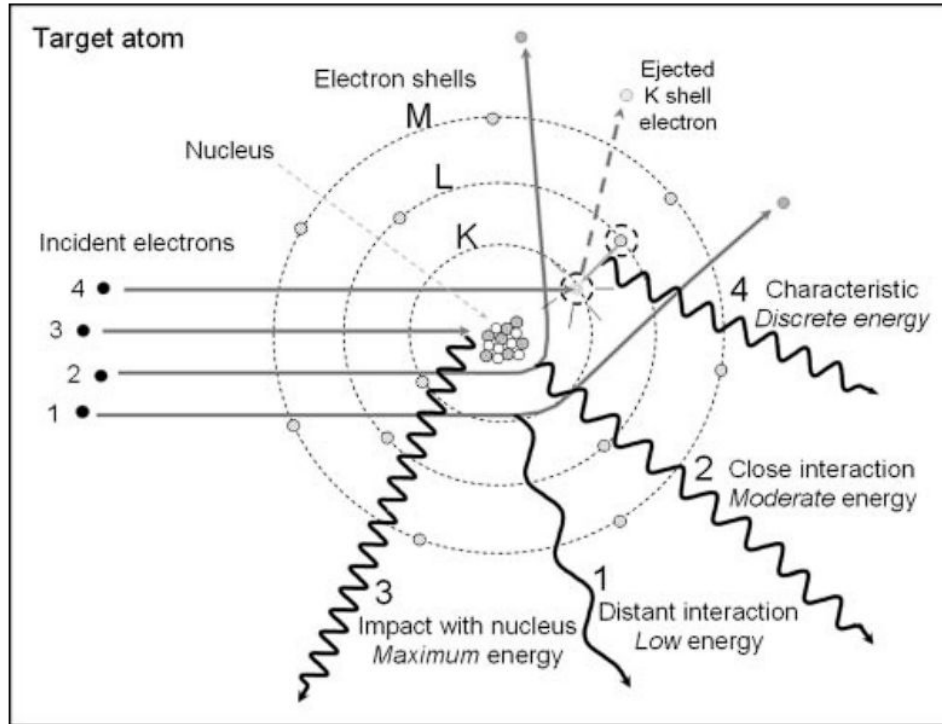
O espectro contínuo possui um comprimento de onda mínimo (ou uma frequência máxima) que corresponde a situação em que toda a energia cinética do elétron incidente é convertida em energia do fóton.

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV}$$

Lei de Duane-Hunt

Bremsstrahlung X Efeito fotoelétrico

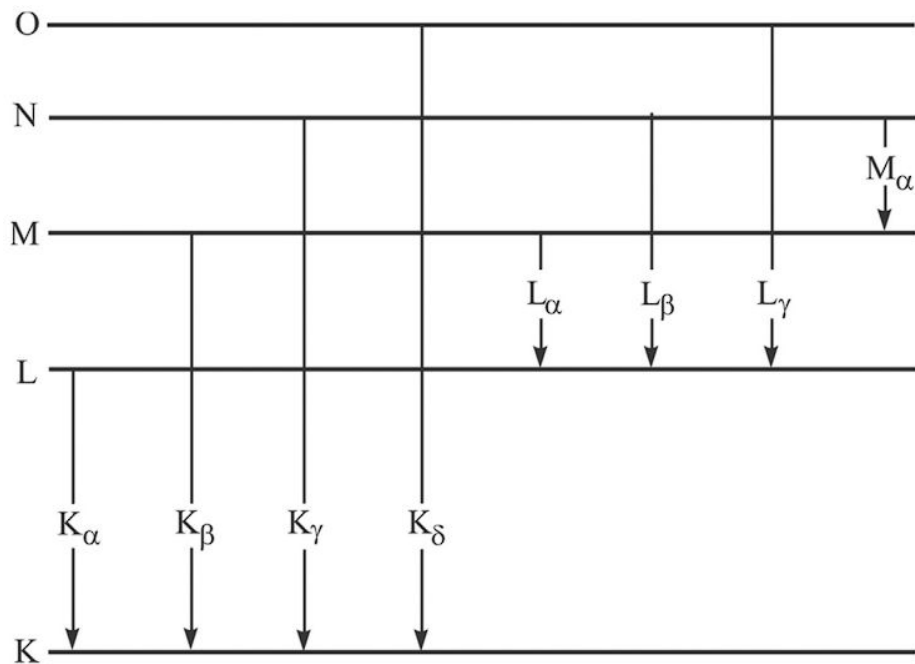
Espectro Discreto ou Característico



Há dois principais efeitos devido à presença dos elétrons atômicos:

1. Os elétrons atômicos blindam o núcleo. Como resultado ele possui uma carga efetiva menor e uma seção de choque menor.
2. Os elétrons atômicos podem agir como partículas individuais, sofrendo a colisão com o elétron incidente, sofrendo recuo e sendo ejetados

Espectro Discreto ou Característico

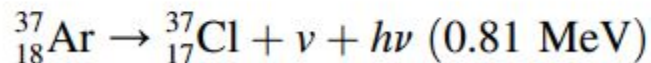
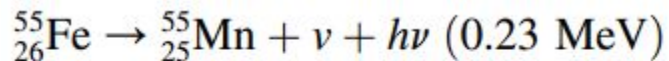


Assim, um elétron de uma camada mais externa irá ocupar a camada do elétron ejetado, emitindo radiação. Desse modo, o espectro discreto depende do tipo do ânodo utilizado.

Bremsstrahlung em decaimento beta

External Bremsstrahlung X Internal Bremsstrahlung

- External Bremsstrahlung: Ocorre quando uma partícula de fora incide sobre um núcleo e é espalhado por ele.
- Internal Bremsstrahlung: Ocorre quando uma partícula beta é emitida pelo núcleo ou quando um elétron orbital é capturado por ele.



Conclusão

- Bremsstrahlung aparece em vários campos da física: física de partículas, física atômica e molecular, estado sólido, astrofísica, etc.
- É uma ferramenta importante em várias áreas de pesquisa experimental
- Bremsstrahlung é um fenômeno considerado bem compreendido.
- Os resultados experimentais de espalhamento geralmente são integrados em todos os ângulos -> verificação da teoria não é tão forte.
- Uma verificação mais rigorosa da teoria é possível se os fótons emitidos são detectados em coincidência com as partículas espalhadas em uma dada direção.